

Elektrotehnika – zadaci

Sustavi jedinica

Međunarodni sustav mjernih jedinica SI

Dimenzijske jednadžbe – izjednačavanje jednadžbi

OSNOVNE JEDINICE SI			
Fizikalna veličina	Znak veličine	SI jedinica	Znak jedinice
VRIJEME	t	SEKUNDA	s
DULJINA	l	METAR	m
MASA	m	KILOGRAM	kg
EL. STRUJA	I	AMPER	A
TERMODINAMIČKA TEMPERATURA	T	KELVIN	K
SVJETLOSNA JAKOST	J	KANDELA	cd
MNOŽINA (KOLIČINA) TVARI	N	MOL	mol

Slika 1. Međunarodni sustav mjernih jedinica SI

IZVEDENE JEDINICE SI S POSEBNIM NAZIVOM I ZNAKOM

Naziv jedinice	Znak	Pripadna fizikalna veličina	Znak	Veza sa drugim jedinicama
Herc (hertz)	Hz	frekvencija	f, ν	$1/s, s^{-1}$
Njutn (newton)	N	sila	F	kgm/s^{-2}
Paskal (pascal)	Pa	tlak	p	N/m^2
Džul (joule)	J	Rad, energija, toplina	W, E, Q	Nm
Vat (watt)	W	snaga	P	J/s
Kulo (coulomb)	C	El. naboj	Q	As
volt	V	El. Potencijal, napon	ϕ, U	J/C
Om (ohm)	Ω	El. otpor	R	V/A
Simens (siemens)	S	El. vodljivost	G	$1/\Omega$
Farad	F	El. Kapacitet	C	C/V
Tesla	T	Magnetska indukcija	B	N/(Am)
Veber (weber)	Wb	Magnetski tok	Φ	Tm^2
Henri (henry)	H	Induktivnost	L	Vs/A
Luks (lux)	lx	Osvjetljenje, iluminacija	E	Lm/m^2
Lumen	lm	Svjetlosni tok	Φ	Cdsr
Bekerel	Bq	Aktivnost radi. tvari	A	1/s
Celzijev stupanj	$^{\circ}C$	Celzijeva temperatura	t_c	K

Slika 2. Izvedene jedinice SI s posebnim nazivom i oznakom

Zadaci:

1. Četiri elektrona nalaze se u vakuumu na međusobno jednakim razmacima d . Pri tome je intenzitet sile međusobnog djelovanja elektrona F . Razmak d određen je sljedećom relacijom:

$$d = \sqrt{\frac{3.83}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q^2}{F}}$$

- ϵ_0 = apsolutna dielektrična konstanta – $8.854 \cdot 10^{-12}$ [C^2/Nm^2]
- Q = naboj elektrona

Rješenje zadatka

Relacija je dimenzionalno izjednačena ako je jedinica desne strane metar. Upotrebom sljedećih vrijednosti:

$$[\pi] = 1, [\epsilon_0] = C^2 / N \cdot m^2, [Q] = C, [F] = N$$

$$\left[\sqrt{\frac{3,83}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q^2}{F}} \right] = \sqrt{\frac{1}{C^2} \cdot \frac{C^2}{N}} = m$$

2. Izvedi jedinicu izraza:

$$\varepsilon_0 \cdot \frac{m \cdot c^2}{161 \cdot Q \cdot \sigma}$$

- ε_0 = apsolutna dielektrična konstanta – $8.854 \cdot 10^{-12}$ [C^2/Nm^2]
- m = masa
- c = brzina svjetlosti
- Q = naboj elektrona
- σ = površinska gustoća naboja

Rješenje zadatka

$$[\varepsilon_0] = C^2/(N \cdot m^2), [m] = \text{kg}, [c] = \text{m/s},$$

$$[Q] = C, [\sigma] = C/m^2$$

$$\left[\varepsilon_0 \frac{mc^2}{161 \cdot Q \cdot \sigma} \right] = \frac{C^2}{N \cdot m^2} \cdot \frac{\text{kg} \cdot \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{C \cdot \frac{C}{m^2}} = \text{m}$$

3. Kada se dva elektrona (naboj Q) kreću jednakim brzinama v , po pravocrtnim putanjama, između kojih je razmak r , tada je sila međusobnog djelovanja elektrona (Lorentzova sila) određena relacijom:

$$F_m = \mu_0 \cdot \frac{Q^2 \cdot v^2}{4 \cdot \pi \cdot r^2}$$

- μ_0 = permabilnost vakuuma - $4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ [Vs/Am]

Rješenje zadatka

- Izvedena jedinica desne strane ove relacije treba biti N-Newton.

$$[\mu_0] = \text{N/A}^2, [Q] = \text{C}, [v] = \text{m/s}, [\pi] = 1, [r] = \text{m},$$

$$\left[\mu_0 \frac{e^2 v^2}{4 \pi r^2} \right] = \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \cdot \frac{\text{C}^2 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{\text{m}^2} = \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \cdot \left(\frac{\text{C}}{\text{s}} \right)^2 = \text{N}$$

$$\frac{\text{C}}{\text{s}} = \text{A}$$

4. Kada se elektron giba ubrzanjem a , tada je jačina električnog induciranog polja, na normalnoj udaljenosti r od njega, određena izrazom:

$$E_i = \mu_0 \cdot \frac{Q \cdot a}{4 \cdot \pi \cdot r}$$

- μ_0 = permabilnost vakuuma- $4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ [Vs/Am]

Rješenje zadatka

$$\begin{aligned} \left[\mu_0 \frac{Q \cdot a}{4 \cdot \pi \cdot r} \right] &= [\mu_0] \cdot \frac{[Q] \cdot [a]}{[r]} = \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \cdot \frac{\text{C} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\text{m}} = \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \cdot \frac{\text{A}}{\text{s}} = \\ &= \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{s}} = \frac{\text{N}}{\text{C}} \end{aligned}$$

5. Dva tijela krenu istovremeno iz istog početnog položaja u međusobno normalnim pravcima. Jedno tijelo krene stalnom brzinom v , a drugo stalnim ubrzanjem a . Međusoban razmak poslije vremena t dan je sljedećom relacijom:

$$d = \frac{t}{2} \cdot \sqrt{4 \cdot v^2 + a^2 \cdot t^2}$$

Rješenje zadatka

Jedinica sa lijeve strane je $[d]=m$, a sa desne strane:

$$\begin{aligned} \left[\frac{t}{2} \sqrt{4 \cdot v^2 + a^2 \cdot t^2} \right] &= s \sqrt{\frac{m^2}{s^2} + \frac{m^2}{s^4} \cdot s^2} = \\ &= s \sqrt{\frac{m^2}{s^2}} = m \end{aligned}$$

6. Kotač započinje svoju rotaciju stalnim kutnim ubrzanjem α . U jednom trenutku tangencijalno ubrzanje njegovih točaka na obodu postane jednako radijalnom ubrzanju. Relacija koja definira vrijeme ima sljedeći oblik:

$$\Delta t = \sqrt{\frac{1}{\alpha}}$$

Rješenje zadatka

$$[\alpha] = \text{rad/s}^2, \text{ tj. } 1/\text{s}^2$$

$$\left[\sqrt{\frac{1}{\alpha}} \right] = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{\text{s}^2}}} = \text{s}$$

7. Elektron mase m_e kreće se u granicama dimenzije d . njegova energija određena je relacijom:

$$E \geq \frac{2 \cdot h^2}{m_e \cdot d^2}$$

- h = Plankova konstanta ($6.625 \cdot 10^{-34}$ Js)

Rješenje zadatka

Kako je $[h] = \text{J} \cdot \text{s}$, to je:

$$\text{N} \cdot \text{m} = \text{J}$$

$$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \text{N}$$

$$\left[\frac{2h^2}{m_e d^2} \right] = \frac{\text{J}^2 \cdot \text{s}^2}{\text{kg} \cdot \text{m}^2} = \frac{\text{J}^2}{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m}} = \frac{\text{J}^2}{\text{N} \cdot \text{m}} = \text{J}$$

8. Odrediti jedinicu, a samim tim i prirodu fizikalne veličine, određene izrazom:

$$\frac{4}{d} \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot m \cdot l}{E_y}}$$

- d = promjer žice [m]
- l = duljina [m]
- m = masa [kg]
- E_y = Jungov model elastičnosti [N/m^2]

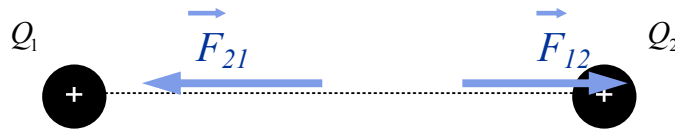
Rješenje zadatka

$$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \text{N}$$

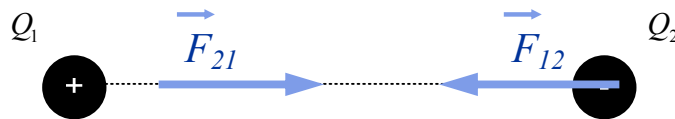
$$\left[\frac{4}{d} \sqrt{\frac{\pi \cdot m \cdot l}{E_y}} \right] = \frac{1}{\text{m}} \sqrt{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\frac{\text{N}}{\text{m}^2}}} = \sqrt{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{N}}} = \text{s}$$

Elektrostatika

- Dva točkasta naboja, **istog** predznaka, djeluju jedan na drugoga **odbojnom** električnom silom i to:
 - Naboj Q_1 djeluje na naboj Q_2 odbojnom silom F_{12} .
 - Naboj Q_2 djeluje na naboj Q_1 odbojnom silom F_{21} .



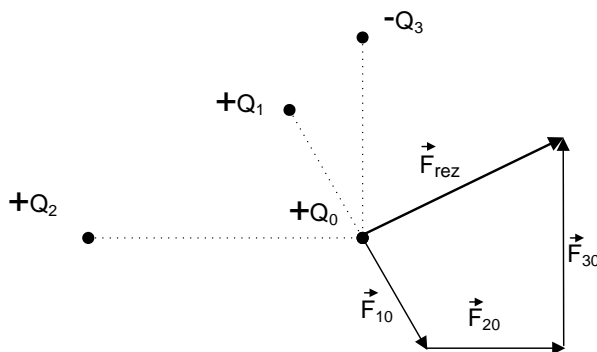
- Dva točkasta naboja **različitog** predznaka, djeluju jedan na drugoga **privlačnom** električnom silom i to:
 - Naboj Q_1 djeluje na naboj Q_2 privlačnom silom F_{12} .
 - Naboj Q_2 djeluje na naboj Q_1 privlačnom silom F_{21} .



- Po iznosu sile F_{12} i F_{21} su jednake po iznosu:

$$|\vec{F}| = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

- ϵ - dielektrična konstanta medija u kojem se problem promatra. $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$; ϵ_0 je tzv. apsolutna dielektrična konstanta (vrijednost 8.854×10^{-12} [As/Vm]) i predstavlja dielektričnost vakuumu, dok ϵ_r predstavlja relativnu dielektričnu konstantu koja ovisi o samom mediju (za vakuum $\epsilon_r = 1$).
- r - udaljenost između naboja Q_1 i Q_2
- **Električna sila je veličina koja je predstavljena vektorom koji ima svoj iznos, smjer i orijentaciju.**
- Ako na naboj djeluje više naboja Q_1, Q_2, Q_3, \dots tada je ukupna sila jednaka vektorskom zbroju sila kojima djeluje svaki od naboja Q_1, \dots, Q_n na Q .



$$\vec{F}_{rez} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

Zadaci:

1. Dva točkasta naboja istog predznaka nalaze se u zraku na udaljenosti r jedan od drugoga. Odrediti iznos, smjer i orijentaciju djelovanja sile između naboja, te jakost el. Polja u točki B kada se odstrani Q_2 ?

Rješenje zadatka:

- $Q_1 = 85 \text{ } [\mu\text{C}]$
- $Q_2 = 20 \text{ } [\text{nC}]$
- $r = 5 \text{ } [\text{cm}]$

Naboji su istog predznaka tako da su sile odbojne:



- Po iznosu sile su jednake i iznose:

$$|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = |\vec{F}| = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

$$|\vec{F}| = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \cdot 1} \cdot \frac{85 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 10^{-9}}{(5 \cdot 10^{-2})^2} = 6 \text{ N}$$

2. Elektron i proton na udaljenosti r se privlače silom. Na dva puta većoj udaljenosti sila je?

$$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Rješenje zadatka

$$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$F' = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\epsilon_0 (2r)^2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{1}{16} F$$

3. Q_1 i Q_3 odbijaju se silom F . Kolika je odbojna sila između Q_1 i Q_2 ako je:



$$Q_1 = Q, Q_2 = \frac{Q}{4}, Q_3 = Q$$

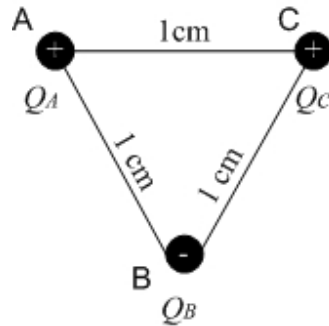
Rješenje zadatka

$$F_{13} = \frac{Q_1 \cdot Q_3}{4\pi\epsilon(2r)^2} = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon \cdot 4r^2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{Q^2}{4\pi\epsilon \cdot r^2}$$

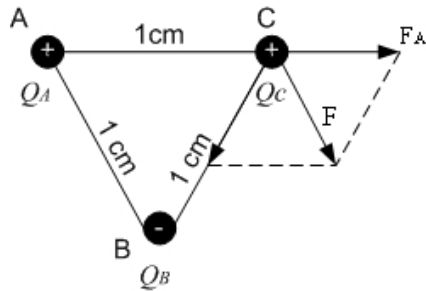
$$F_{12} = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\epsilon r^2} = \frac{\frac{Q^2}{4}}{4\pi\epsilon r^2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{Q^2}{4\pi\epsilon \cdot r^2} = F_{13}$$

$$F_{12} = F_{13}$$

4. Tri jedinična naboja $Q_A=Q_C=e$ i $Q_B=-e$ su raspoređena u vrhove jednakostraničnog trokuta. Odredi silu na točkasti naboj C.



Rješenje zadatka



$$|F_A| = \frac{Q_A \cdot Q_C}{4\pi\epsilon r^2} = \frac{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}}{4\pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \cdot (0.01)^2}$$

$$|F_A| = 2.3 \cdot 10^{-24} \text{ N}$$

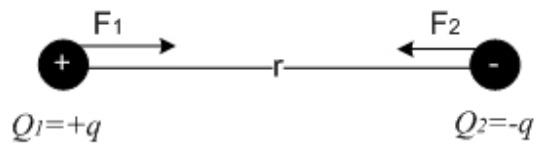
$$|F_B| = 2.3 \cdot 10^{-24} \text{ N}$$

$$|F| = |F_B| \cdot \cos 60^\circ + |F_A| \cdot \cos 60^\circ$$

$$|F| = 2.3 \cdot 10^{-24} \cdot 0.5 + 2.3 \cdot 10^{-24} \cdot 0.5$$

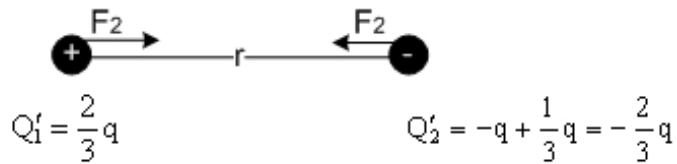
$$|F| = 2.3 \cdot 10^{-24} \text{ N}$$

5.



Rješenje zadatka

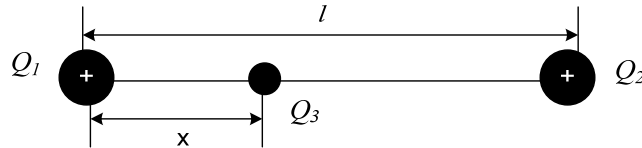
$$|F_1| = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\epsilon r^2} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon r^2}$$



$$|F_2| = \frac{Q_1' \cdot Q_2'}{4\pi\epsilon r^2} = \frac{\frac{2}{3}q \cdot \frac{2}{3}q}{4\pi\epsilon r^2} = \frac{4}{9} \cdot \frac{q^2}{4\pi\epsilon r^2}$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{4}{9}$$

6. Na udaljenosti 6m se nalaze dvije izolirane nabijene kugle $Q_1=125 \cdot 10^{-8} \text{ C}$, $Q_2=5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$. Treća kuglica je pomična i nabijena sa $Q_3 = 2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$. Odredi na kojoj udaljenosti od Q_1 je ravnotežni položaj za kuglicu Q_3 ?



Rješenje zadatka

Uravnoteže ni položaj je : $|F_{13}| = |F_{23}|$ $\frac{Q_1 \cdot Q_3}{4\pi\epsilon x^2} = \frac{Q_2 \cdot Q_3}{4\pi\epsilon(l-x)^2}$

$$\frac{Q_1}{x^2} = \frac{Q_2}{(l-x)^2}$$

$$Q_1(l-x)^2 = Q_2 \cdot x^2$$

$$(l-x)\sqrt{Q_1} = x\sqrt{Q_2}$$

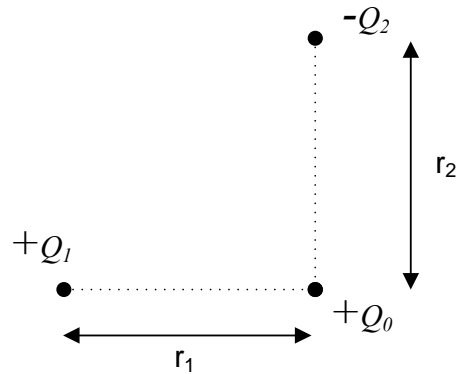
$$l-x = x\sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}}$$

$$l = x\left(1 + \sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}}\right)$$

$$x = \frac{5}{6}l = 5m$$

7. Pozitivni točkasti naboj Q_1 i negativni točkasti naboj Q_2 nalaze se od pozitivnog točkastog naboja Q_0 na udaljenosti $r_1 = r_2$. Njihov međusobni položaj prikazan je na slici. Odredite iznos rezultantne sile na naboj Q_0 te skicirajte vektorski dijagram sila za taj naboj.

- $Q_1 = 10^{-6} [C]$
- $Q_2 = -2 \cdot 10^{-6} [C]$
- $Q_0 = 10^{-6} [C]$
- $r_1 = r_2 = 3 [cm]$



Rješenje zadatka

- Budući da su vektori sile F_{10} i F_{20} međusobno okomiti vrijedi: $|\vec{F}_{rez}| = \sqrt{|\vec{F}_{10}|^2 + |\vec{F}_{20}|^2}$
- Iznos sile F_{10} i F_{20} :

$$|\vec{F}_{10}| = F_{10} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \cdot 1} \cdot \frac{10^{-6} \cdot 10^{-6}}{(3 \cdot 10^{-2})^2} = 10 [N]$$

$$|\vec{F}_{20}| = F_{20} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \cdot 1} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-6}}{(3 \cdot 10^{-2})^2} = 20 [N]$$

- Iznos rezultantne sile F_{rez} :

$$F_{rez} = \sqrt{F_{10}^2 + F_{20}^2} = \sqrt{10^2 + 20^2} = 22.4 [N]$$

- Budući da je sila vektor njen smjer i orijentacija se određuje iz pravokutnog trokuta, odnosno:

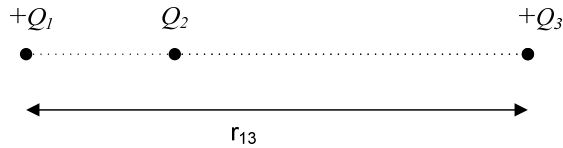
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_{20}}{F_{10}} \Rightarrow \alpha = 63^\circ$$

$$\boxed{\vec{F}_{rez} = 22.4 \angle 63^\circ [N]}$$

8. Tri mala tijela, električnih naboja $Q_1 = +4 \cdot 10^{-11}$ [C], nepoznati električni naboj Q_2 i $Q_3 = +10^{-11}$ [C], zauzimaju u vakuumu položaj kao što je prikazano na slici. Odredite položaj i električni naboj Q_2 tako da se sva tijela pod djelovanjem Coulomb-ovih sila nalaze u mirovanju.

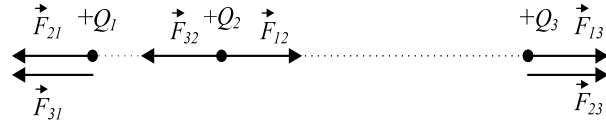
Zadano:

- $r_{13} = 5$ [cm]

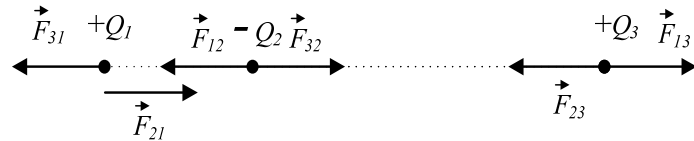


Rješenje zadatka

- Da bi električni naboj bio u mirovanju ukupna električna sila koja na njega djeluje mora biti jednaka 0.
- Pretpostavimo predznak naboja $Q_2 > 0$.



- Iz slike je vidljivo da se uvjet mirovanja može ispuniti za naboj Q_2 , ali uz pozitivan naboj Q_2 naboji Q_1 i Q_3 neće biti u mirovanju. Zbog toga naboj Q_2 mora biti negativan.



- Uvjeti mirovanja:

$$\vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} = 0 \Rightarrow |\vec{F}_{21}| = |\vec{F}_{31}| \quad \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} = 0 \Rightarrow |\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{32}| \quad \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = 0 \Rightarrow |\vec{F}_{13}| = |\vec{F}_{23}|$$

- Odnosno:

$$\left| k \cdot \frac{Q_2 \cdot Q_1}{r_{12}^2} \right| = \left| k \cdot \frac{Q_3 \cdot Q_1}{r_{13}^2} \right| \Rightarrow Q_2 \cdot r_{13}^2 = Q_3 \cdot r_{12}^2 \quad \left| k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_3}{r_{13}^2} \right| = \left| k \cdot \frac{Q_3 \cdot Q_2}{r_{23}^2} \right| \Rightarrow Q_1 \cdot r_{23}^2 = Q_2 \cdot r_{13}^2$$

$$\left| k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_{12}^2} \right| = \left| k \cdot \frac{Q_3 \cdot Q_2}{r_{23}^2} \right| \Rightarrow Q_1 \cdot r_{23}^2 = Q_3 \cdot r_{12}^2 \quad r_{13} = r_{12} + r_{23}$$

- Rješenjem ovog sustava jednačbi kao rješenja dobije se:

$$\boxed{r_{12} = 3.33 \text{ [cm]}} \quad \boxed{r_{23} = 1.67 \text{ [cm]}} \quad Q_2 = -4.4 \text{ [pC]}$$

Elektrostatika-Električno polje, rad i el. potencijal

- Naboj u el. Polju ima potencijalnu energiju koja zavisi od referentne točke.
- Svaka točka u polju ima svojstveni broj koji se dobiva integracijom, a taj broj nazivamo **POTENCIJALOM**
- Potencijalnu energiju naboja dovedenog u neku točku dobivamo kao:

$$E_p = Q \cdot \varphi$$

E_p – potencijalna energija naboja u točki [J]

Q – naboj [C]

φ – potencijal točke [V] $\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q}{r}$

- Električni napon je razlika potencijala dviju točaka, uz uvjet da je $\varphi_1 > \varphi_2$

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$$

- Rad W koji obavi naboj na prelasku iz točke potencijala φ_1 u točku φ_2 potencijala iznosi:

$$W = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2)$$

- eV – jedinica za energiju $1\text{eV} = 1.6 \cdot 10^{-19}$ [J]
- U homogenom el. Polju rad pri prijenosu naboja Q na udaljenosti d dobivamo:

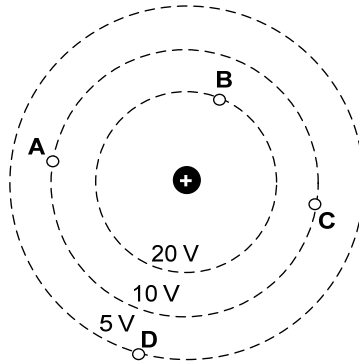
$$W = F \cdot d = E \cdot (Q \cdot d) = Q \cdot U$$

$$E = \frac{U \left[\frac{V}{m} \right]}{d \left[m \right]}$$

Zadaci

1. Ekvipotencijalne plohe u presjeku su dane slikom.

- ako **negativan** naboj od $1\mu\text{C}$ prijeđe iz točke A u točku D,
- ako **pozitivan** naboj od $1\mu\text{C}$ prijeđe iz točke A u točku D,
- ako **negativan** naboj od $1\mu\text{C}$ prijeđe iz točke A u točku C.



Rješenje zadatka

a)
 $Q=1\mu\text{C}$
 $\varphi_A=10\text{V}$
 $\varphi_D=5\text{V}$

$$\begin{aligned}W_{AD} &= -Q \cdot (\varphi_A - \varphi_D) \\ &= -1 \cdot 10^{-6} \cdot (10 - 5) \\ &= -5 \cdot 10^{-6} \text{ J}\end{aligned}$$

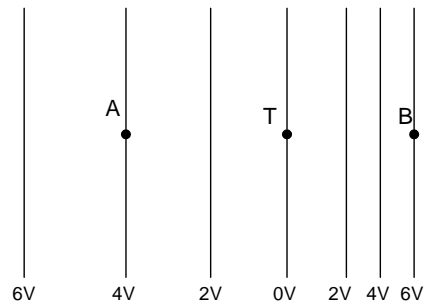
b)
 $Q=1\mu\text{C}$
 $\varphi_A=10\text{V}$
 $\varphi_D=5\text{V}$

$$\begin{aligned}W_{AD} &= Q \cdot (\varphi_A - \varphi_D) \\ &= 1 \cdot 10^{-6} \cdot (10 - 5) \\ &= 5 \cdot 10^{-6} \text{ J}\end{aligned}$$

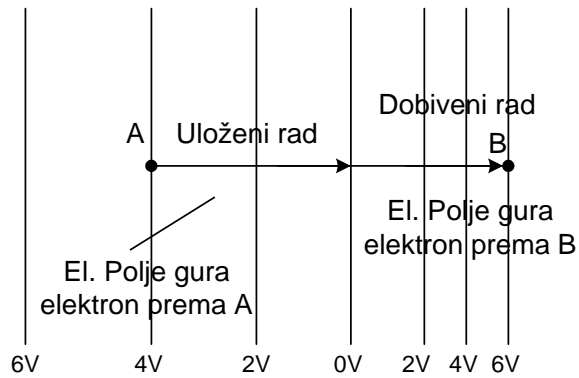
c)
 $Q=1\mu\text{C}$
 $\varphi_A=10\text{V}$
 $\varphi_C=5\text{V}$

$$\begin{aligned}W_{AC} &= -Q \cdot (\varphi_A - \varphi_C) \\ &= -1 \cdot 10^{-6} \cdot (0) \\ &= 0 \text{ J}\end{aligned}$$

2. Ekvipotencijalne plohe u presjeku su dane slikom. Koliki je omjer uloženog W_{ul} i dobivenog W_{dob} rada ako negativni naboj od $1\mu\text{C}$ pređe put iz točke A u točku B?



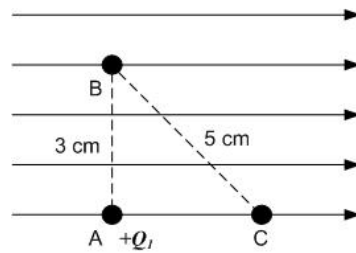
Rješenje zadatka



$$W_{AT} = Q \cdot U_{AT} = -q \cdot (\varphi_A - \varphi_T) = -4\mu\text{J}$$

$$W_{TB} = Q \cdot U_{TB} = -q \cdot (\varphi_T - \varphi_B) = +6\mu\text{J}$$

3. Koliki rad se dobiva ako naboj Q_1 putuje iz točke A u točku C (preko točke B). Smjer električnog polja zadan je prema slici i iznosi $E=2\text{V/m}$.



Rješenje zadatka

$$W_{AC} = Q \cdot U_{AC} = Q \cdot (E \cdot l) = 1\mu\text{C} \cdot (2 \cdot 0.04) = 0.08\mu\text{J}$$

4. U dva vrha A i B jednakostraničnog trokuta ($a=100\text{m}$) nalaze se pozitivni naboji iznosa $1\mu\text{C}$, a u trećem vrhu C je pozitivan naboj iznosa $2\mu\text{C}$. Kolika je potencijalna energija naboja u vrhu C? (obavezno nacrtati sliku)

Rješenje zadatka

$$Q_A = Q_B = 1\mu\text{C}$$

$$Q_C = 2\mu\text{C}$$

$$a = r = 100\text{m}$$

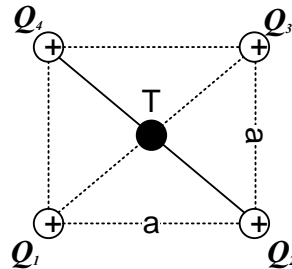
$$Ep = ?$$

$$Ep = Q_C \cdot \varphi_C$$

$$\varphi_C = \varphi_A + \varphi_B = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_R} \cdot \frac{Q_A}{r} + \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_R} \cdot \frac{Q_B}{r} = 180\text{V}$$

$$Ep = 2\mu\text{C} \cdot 180\text{V} = 360\mu\text{J}$$

5. U vrhovima kvadrata stranice $a=0.1\text{m}$ nalaze se četiri jednaka pozitivna naboja $Q=0.1\text{nC}$. Koliki je potencijal u točki T (prema slici), te potencijalna energija naboja $Q_T=1\text{nC}$ u točki T?



Rješenje zadatka

$$\varphi_1 = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon} \cdot \frac{Q_1}{r} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon} \cdot \frac{0.1\text{nC}}{0.072\text{m}} = 12.5\text{V}$$

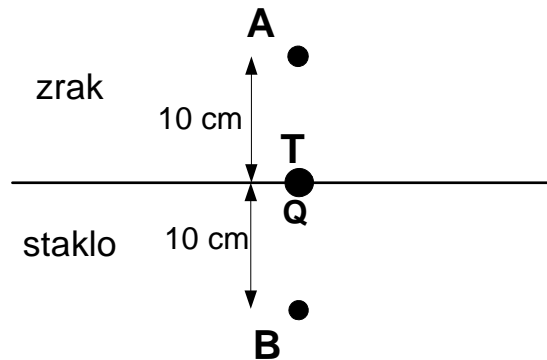
$$\varphi_{uk} = 4 \cdot \varphi_1 = 50\text{V}$$

$$r = \frac{a\sqrt{2}}{2} = 0.072\text{m}$$

$$Ep = Q_T \cdot \varphi_{uk} = 50\text{nJ}$$

6. Točkasti pozitivni naboj $q=2\text{nC}$ nalazi se na graničnoj površini zrak-staklo čija je relativna dielektrična konstanta za staklo $\epsilon_R=7$. Izračunaj:

- jakost električnog polja i električnog potencijala u točki A i B na udaljenosti 10 cm od naboja?
- rad između točaka TA i TB, da u točki T stavimo naboj $q=1\text{nC}$.



Rješenje zadatka

$$E_A = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_o \cdot \epsilon_R} \cdot \frac{q}{r^2} = 1800 \text{ V / m}$$

$$\varphi_A = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_o \cdot \epsilon_R} \cdot \frac{q}{r} = 180 \text{ V}$$

$$E_B = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_o \cdot \epsilon_R} \cdot \frac{q}{r^2} = 257 \text{ V / m}$$

$$\varphi_B = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_o \cdot \epsilon_R} \cdot \frac{q}{r} = 25.7 \text{ V}$$

$$W_{TA} = Q \cdot \varphi_A = 1 \text{ nC} \cdot 180 \text{ V} = 18 \cdot 10^{-8} \text{ J}$$

$$W_{TB} = Q \cdot \varphi_B = 1 \text{ nC} \cdot 25.7 \text{ V} = 257 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

Elektrostatika-pločasti kondenzator i spajanje kondenzatora

- Ako se kondenzator sastoji od dvije paralelne ploče tada ga nazivamo PLOČASTI KONDENZATOR

- Za pločasti kondenzator vrijedi:

$$C = \frac{Q}{U} = \varepsilon \cdot \frac{S}{d} \text{ [F]}$$

- Polje unutar pločastog kondenzatora je homogeno i iznosi:

$$E = \frac{U}{d} \text{ [V/m]}$$

- Energija sadržana u kondenzatoru:

$$W = \frac{1}{2} C \cdot U^2 \text{ [J]}$$

- Spajanje kondenzatora:

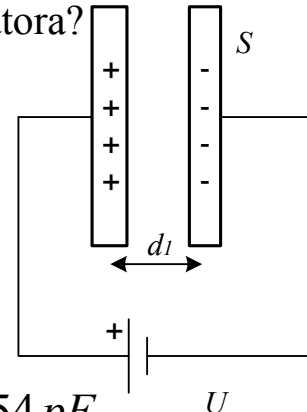
- Kapacitet PARALELNOG spoja kondenzatora je jednak zbroju pojedinih kapaciteta:

$$C_{uk} = C_1 + C_2 + C_n$$

- Kod paralelnog spoja na svim kondenzatorima je isti napon $U=U_1=U_2=U_n$
- Kapacitet SERIJSKOG spoja kondenzatora je jednak:
$$\frac{1}{C_{uk}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_n}$$
- Kod serijskog spoja naboj je jednak na svim kondenzatorima: $Q_1=Q_2$
- Napon je jednak: $U_1+U_2=U$

7. Dvije paralelne ploče površine po 100cm^2 udaljene su u vakuumu $d_1=1\text{mm}$ i sadrže naboj od 10nC . Izračunaj:

- koliki je kapacitet C ploča?
- koliki je napon U među pločama?
- kolika je akumulirana energija W kondenzatora?



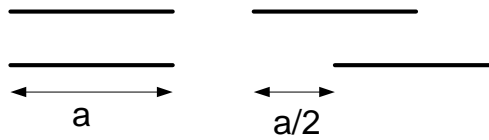
Rješenje zadatka

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_R \cdot \frac{S}{d} = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{100 \cdot 10^{-4}}{1 \cdot 10^{-3}} = 88.54 \text{ pF}$$

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{10 \cdot 10^{-9}}{88.54 \cdot 10^{-12}} = 112.9 \text{ V}$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = 564 \cdot 10^{-9} \text{ J}$$

8. Kondenzator sa ravnim pločama kapaciteta $C=100\text{pF}$ je nabijen spajanjem na električni izvor napona $U=100\text{V}$. Što će se desiti kada od spojimo izvor i pomaknemo ploče za $a/2$?



Rješenje zadatka

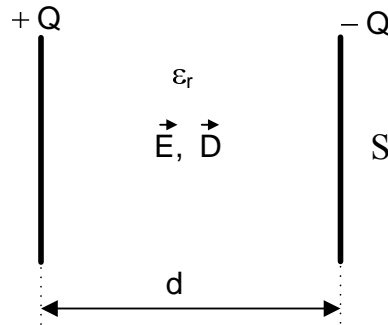
$$Q = C \cdot U = 100\text{pF} \cdot 100\text{V} = 10\text{nC}$$

$$C' = \varepsilon_0 \varepsilon_R \cdot \frac{S}{d} = \frac{1}{2} C - \text{kako se smanjila površina smanjio se kapacitet za pola}$$

$$C' = 50\text{pF}$$

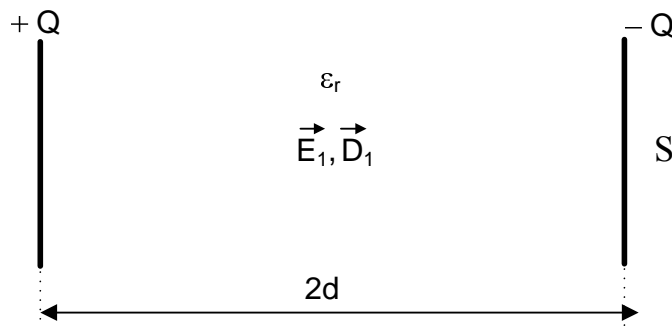
$$U' = \frac{Q}{C'} = 200\text{V}$$

9. Dvije metalne ploče sa zrakom kao izolatorom bile su spojene na izvor napona U , a zatim odspojene od njega. Nakon toga je razmak ploča povećan na dvostruki iznos, a zrak je zamijenjen tinjcem ($\epsilon_r = 6$). Odredite što se događa s naponom između ploča i kapacitetom kondenzatora.



Rješenje zadatka

Na ploče kondenzatora je bio spojen napon U i ploče su se nabile nabojem Q . Nakon toga je kondenzator odspojen, povećan je razmak među pločama i ubačen je dielektrik.



Budući da je kondenzator odspojen od izvora napajanja nakon ubacivanja izolatora vrijedi:

$$Q = konst.$$

Vektor dielektričnog pomaka D :

$$D = \frac{Q}{S}; D_1 = \frac{Q}{S} \Rightarrow D = D_1$$

El. polje E :

$$E = \frac{D}{\epsilon_0}; E_1 = \frac{D_1}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \Rightarrow \frac{E_1}{E} = \frac{\frac{D_1}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r}}{\frac{D}{\epsilon_0}} = \frac{1}{\epsilon_r} = \frac{1}{6}$$

Napon U :

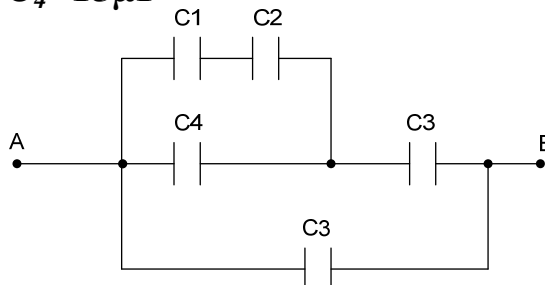
$$U = E \cdot d; U_1 = E_1 \cdot 2d \Rightarrow \frac{U_1}{U} = \frac{E_1 \cdot 2d}{E \cdot d} = \frac{1}{3}$$

$$C = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d}; C_1 = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{2d} \Rightarrow \frac{C_1}{C} = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{2d}}{\epsilon_0 \cdot \frac{S}{d}} = \frac{\epsilon_r}{2} = 3$$

Kapacitet C :

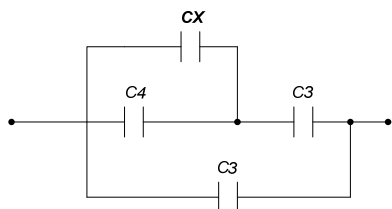
10. Odredite kapacitet C_{AB} koji nadomješta spoj sa slike ako su:

$C_1=10\mu F$, $C_2=10\mu F$, $C_3=30\mu F$, $C_4=15\mu F$



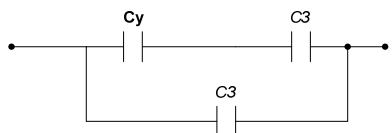
Rješenje zadatka

1. Korak – spajanje C_1 i C_2 - C_x



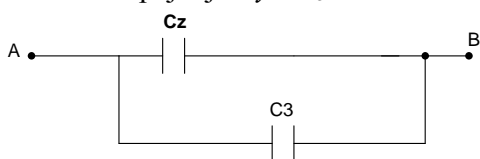
$$\frac{1}{C_x} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{10\mu F} + \frac{1}{10\mu F} = 5\mu F$$

2. Korak – spajanje C_x i C_4 - C_y



$$C_y = C_x + C_4 = 5\mu F + 15\mu F = 20\mu F$$

3. Korak – spajanje C_y i C_3 - C_z



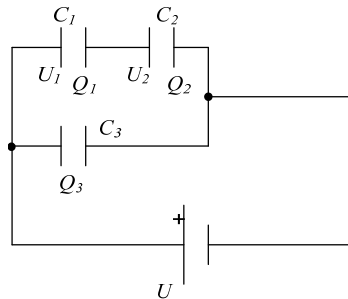
$$\frac{1}{C_z} = \frac{1}{C_y} + \frac{1}{C_3} = 12\mu F$$

4. Korak – spajanje C_z i C_3 - C_{AB}



$$C_{AB} = C_z + C_3 = 42\mu F$$

11. Tri kondenzatora spojena su prema shemi sa slike. Poznat je kapacitet prvog kondenzatora $C_1=5\mu\text{F}$, naboj drugog $Q_2=200\ \mu\text{C}$, te energija trećeg kondenzatora $W_3=750\ \mu\text{J}$. Napon elektrostatičke mreže je 50V . Koliki je kapacitet C_2 ?



Rješenje zadatka

$$C_1=5\mu\text{F}$$

$$Q_2=200\mu\text{C}$$

$$W_3=750\mu\text{J}$$

$$U=50\text{V}$$

$$C_2=?$$

Naboji na C_1 i C_2 su jednaki (SERIJSKI SPOJ) $Q_1=Q_2=200\mu\text{C}$

$$C_1 = \frac{Q_1}{U_1} = U_1 = \frac{200\mu\text{C}}{5\mu\text{F}} = 40\text{V}$$

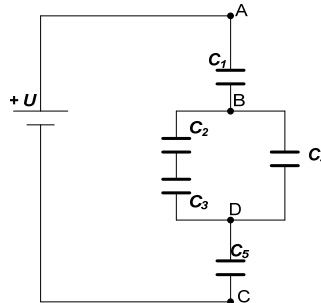
SERIJSKI SPOJ

$$U_1+U_2=U$$

$$U_2=U-U_1=50-40=10\text{V}$$

$$C_2 = \frac{Q_2}{U_2} = \frac{200\mu\text{C}}{10\text{V}} = 20\mu\text{F}$$

12. Kombinacija nenabijenih kondenzatora sa slike je priključena na izvor $U=160V$.
 Odredite napon na C_3 ako kapaciteti iznose: $C_1=20\mu F, C_2=C_5=40\mu F, C_3=60\mu F$ i
 $C_4=16\mu F$. Potrebno je izračunati U_3 ? Da bi odredili U_3 treba odrediti nadomjesni
 kapacitet C_{AE} i C_{BD} .



Rješenje zadatka

Da bi odredili U_3 treba odrediti nadomjesni kapacitet C_{AE} i C_{BD} . - $C_{BD} = C_4 + (C_{23})$

Serijski C_2 i C_3 :

$$\frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{40\mu F} + \frac{1}{60\mu F} = C_{23} = 24\mu F$$

$$C_{BD} = C_4 + (C_{23}) = 16\mu F + 24\mu F = 40\mu F$$

Ukupni kapacitet:

$$\frac{1}{C_{AE}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{BD}} + \frac{1}{C_5} = \frac{1}{20\mu F} + \frac{1}{40\mu F} + \frac{1}{40\mu F} = C_{AE} = 10\mu F$$

Naboj na svim kapacitetima u serijskom spoju je jednak:

$$Q_{AE} = Q_1 = Q_{BD} = Q_5 = U_{AE} \cdot C_{AE} = 160 \cdot 10^{-6} C$$

$$Q_{BD} = Q_{AE} = 1600 \mu C$$

$$U_{BD} = \frac{Q_{BD}}{C_{BD}} = 40V$$

$$C_{23} = 24 \mu F \Rightarrow Q_{23} = Q_2 = Q_3 = U_{BD} \cdot C_{23} = 40V \cdot 24 \mu F = \underline{Q_3 = 960 \mu C}$$

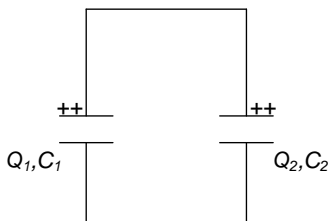
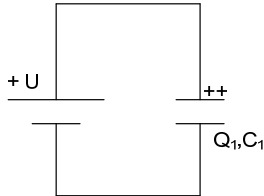
$$U_3 = \frac{Q_3}{C_3} = 16V$$

13. Kondenzator kapaciteta $C_1=3\mu\text{F}$ nabija se na napon 220V. Isključivši C_1 s izvora, na njega je priključen prazan kondenzator nepoznatog kapaciteta koji se pri tome nabio na 22V. Koliki je iznos C_2 ?

Rješenje zadatka

$$Q=U \cdot C_1=220\text{V} \cdot 3\mu\text{F}=660\mu\text{C}$$

$$U=220\text{V}$$



Dio naboja će preći sa C_1 na C_2 sve dok se naponi ne izjednače.

$Q_1+Q_2=Q$ – jer nismo doveli nove naboje!

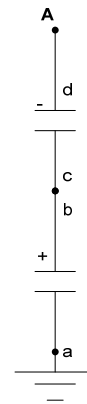
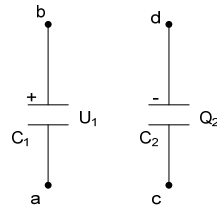
$$U'=U_1=U_2=22\text{V}$$

$$Q_1=U_1 \cdot C_1=22\text{V} \cdot 3\mu\text{F}=66\mu\text{C}$$

$$Q_2=Q-Q_1=660\mu\text{C}-66\mu\text{C}=594\mu\text{C}$$

$$C_2 = \frac{Q_2}{U_2} = 27\mu\text{F}$$

14. Nabijene kondenzatore $C_1(C_1=10\mu\text{F}, U_1=100\text{V})$ i $C_2(C_2=20\mu\text{F}, Q_2=1.6\text{mC})$ spojimo kako je prikazano na slici. Izračunati potencijal točke A.



Rješenje zadatka

Nije zatvoren strujni krug, pa se naboji na C_1 i C_2 ne mijenjaju.

$$\rho_A = \rho_a + U_{ba} + U_{dc}$$

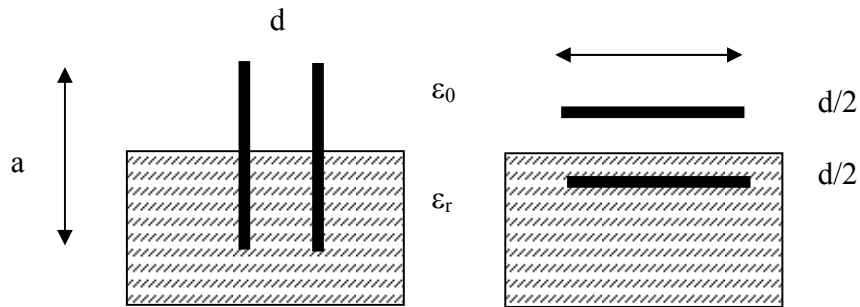
$$\rho_a = 0 - \text{uzemljenje}$$

$$U_{ba} = U_1 = 100\text{V}$$

$$U_{dc} = -U_2 = -Q_2/C_2 = -1.6 \cdot 10^{-3} / 20 \cdot 10^{-6} = -80\text{V}$$

$$\rho_A = 0 + 100\text{V} - 80\text{V} = 20\text{V}$$

15. Kondenzator je načinjen od ravnih ploča u obliku kvadrata stranica $a = 10 \text{ cm}$, koje se nalaze na međusobnom razmaku $d = 4 \text{ mm}$, i u zraku. Koliki je kapacitet ovog kondenzatora kada se on do polovine potopi u ulje na dva načina prikazana na slici. Relativna permitivnost transformatorskog ulja iznosi $\epsilon_r = 2.2$, dok je permitivnost u vakumu $\epsilon_0 = 8.84 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$.



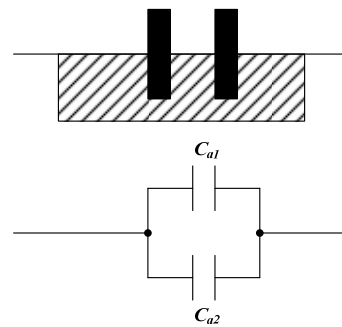
Rješenje zadatka

a) $S = a^2 = (0.1 \text{ m})^2 = 0.01 \text{ m}^2$

$$C_{a1} = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d}$$

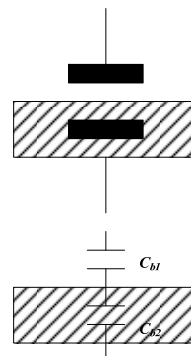
$$C_{a2} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d}$$

$$C_{uk} = C_{a1} + C_{a2} = 9.07 \cdot 10^{-10} \text{ F}$$



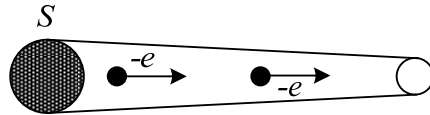
b)

$$\frac{1}{C_{uk}} = \frac{1}{C_{b1}} + \frac{1}{C_{b2}} = 4.37 \cdot 10^{-11} \text{ F}$$



Istosmjerna struja

Električna struja je usmjerenno gibanje električnih naboja zbog razlike potencijala



$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} [A] = \left[\frac{C}{s} \right]$$

Iznos električne struje kroz neku površinu S jednak je količini naboja koja prođu kroz tu površinu u jedinici vremena, a izražava se u **amperima**.

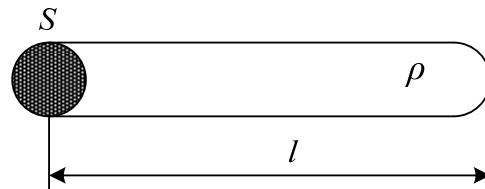
Pri protjecanju struje kroz vodič se javlja električni otpor koji ovisi o dimenzijama i materijalu od kojega je napravljen vodič. Mjerna jedinica za otpor je ohm $[\Omega]$.

S – površina presjeka vodiča $[\text{mm}^2]$

l – duljina vodiča $[\text{m}]$

ρ – specifični otpor vodiča $[\Omega \text{mm}^2/\text{m}]$

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} [\Omega]$$



Što je veći presjek vodiča ili manja duljina, to naboji lakše prolaze kroz vodič.

Specifičan otpor je ovisan o materijalu i mijenja se u ovisnosti o temperaturi, uslijed čega se mijenja i ukupni otpor vodiča.

$$R_2 = R_1 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) [\Omega]$$

$\Delta T = T_2 - T_1 \Rightarrow$ razlika temperatura

α = temperaturni koeficijent otpora

Ovisnost električne struje kroz vodič o njegovom otporu i naponu na krajevima vodiča nazivamo **Ohmov zakon**:

$$I = \frac{U}{R} [A]$$

Struja teče s točke višeg potencijala na točku nižeg potencijala.

Električna energija koja se troši na nekom otporu: $W = U \cdot Q = U \cdot I \cdot t [J]$

Električna snaga na trošilu otpora R : $P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = I^2 \cdot R [W]$

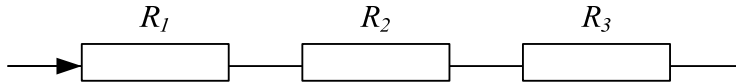
Električna energija se često izražava u $[\text{Wh}]$

$$1 \text{Wh} = 1 \text{W} \cdot 3600 \text{s} = 3600 \text{J}$$

$$1 \text{kWh} = 1000 \text{W} \cdot 3600 \text{s} = 3.6 \cdot 10^6 \text{J}$$

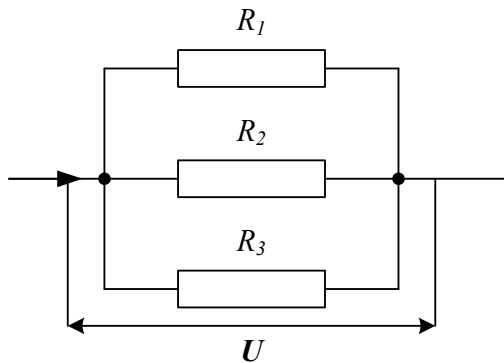
Serijski spoj otpornika

SERIJSKI SPOJ OTPORNIKA



$$\begin{aligned}
 R &= R_1 + R_2 + R_3 \\
 U &= U_1 + U_2 + U_3 \\
 I &= I_1 = I_2 = I_3
 \end{aligned}$$

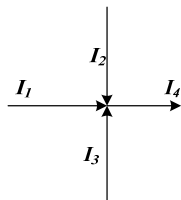
PARALELNI SPOJ OTPORNIKA



$$\begin{aligned}
 U &= U_1 = U_2 = U_3 \\
 I &= I_1 + I_2 + I_3 \\
 \frac{1}{R_{UK}} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}
 \end{aligned}$$

Kirchoffovi zakoni

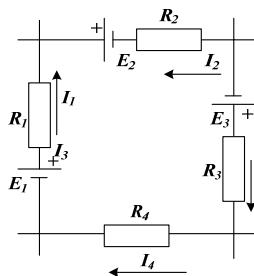
I. Kirchoffov zakon – suma svih struja u čvoru je nula.



Struje koje ulaze u čvor imaju + predznak, a struje koje izlaze iz čvora imaju - predznak.

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0$$

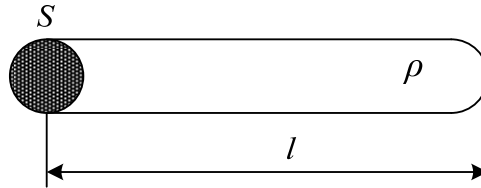
II. Kirchoffov zakon – suma svih napona izvora i padova napona u strujnoj petlji je nula.



$$E_1 - I_1 \cdot R_1 - E_2 + I_2 \cdot R_2 + E_3 - I_3 \cdot R_3 - I_4 \cdot R_4 = 0$$

Zadaci:

1. Vodičem kružnog presjeka promjera 2mm, duljine 1m i specifičnog otpora $0.5\Omega\text{mm}^2/\text{m}$, teče struja u trajanju od 10 sekundi. Napon uzrokovan prolaskom struje je $U=2\text{V}$. Kolika će ukupna količina naboja proći presjekom vodiča tijekom 10 sekundi?



Rješenje zadatka

$$l=1\text{m}$$

$$d=2\text{mm}$$

$$\rho=0.5\Omega\text{mm}^2/\text{m}$$

$$U=2\text{V}$$

$$\Delta Q=?$$

$$S = r^2\pi = 3.14\text{mm}^2$$

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} = 0.159\Omega$$

$$\Delta Q = I \cdot \Delta t = 125.6\text{C}$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{2}{0.159} = 12.56\text{A}$$

2. Na temperaturi od 20°C kroz neki vodič uz pad napon od 600V na njegovim krajevima teče struja od 10A . Kroz isti vodič na temperaturi -30°C teče struja od 12A , uz isti pad napona. Kolika je struja kroz vodič na 0°C ?

$$T_1 = 20^\circ\text{C}$$

$$T_2 = -30^\circ\text{C}$$

$$I_1 = 10\text{A}$$

$$I_2 = 12\text{A}$$

$$I_0 = ?$$

$$R_{20} = \frac{U}{I_{20}} = \frac{600}{10} = 60\Omega$$

$$R_{-30} = \frac{U}{I_{-30}} = \frac{600}{12} = 50\Omega$$

$$R_0 = R_{-30} \cdot (1 + \alpha \cdot (T_0 - T_{-30})) = 56\Omega$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{600}{56} = 10.71\text{A}$$

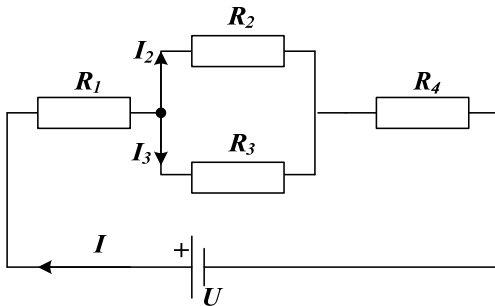
$$R_{20} = R_{-30} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

$$1 + \alpha \cdot \Delta T = \frac{R_{20}}{R_{-30}}$$

$$\alpha = \frac{\left(\frac{R_{20}}{R_{-30}} - 1\right)}{\Delta T} = \frac{\frac{6}{5} - 1}{50} = 4 \cdot 10^{-3} K^{-1}$$

3. Za spoj otpornika prema slici zadano je: $R_1=10\Omega$, $R_2=4\Omega$, $R_3=6\Omega$, $R_4=12\Omega$, te pad napona $U=12.2V$.

- nađi struje kroz otpornika R_2 i R_3 , te padove napona na njima U_2 i U_3
- kolika je ukupna snaga P ovog spoja



$$a) R_{UK} = R_1 + R_{23} + R_4$$

$$R_{23} = \frac{R_3 \cdot R_2}{R_3 + R_2} = 2.4\Omega$$

$$R_{UK} = R_1 + R_{23} + R_4 = 10 + 2.4 + 12 = 24.4\Omega$$

$$I = \frac{U}{R_{uk}} = \frac{12.2}{24.4} = 0.5A$$

$$U_{23} = I \cdot R_{23} = 1.2V$$

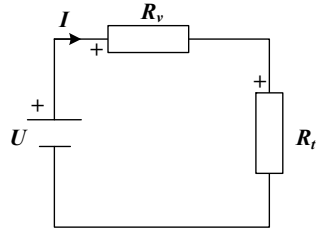
$$I_2 = \frac{U_{23}}{R_2} = 0.3A$$

$$I_3 = \frac{U_{23}}{R_3} = 0.2A$$

b)

$$P = \frac{U^2}{R_{uk}} = 6.1W$$

4. Električno trošilo nazivne snage $P=100W$ predviđeno je za priključenje na istosmjerni napon od $U_0=80V$. međutim nakon uključenja trošila preko priključnog voda na izvor istosmjernog napona od $90V$, na priključnicima samog trošila je napon od $75V$. Koliki je otpor priključnog voda i kolika se snaga disipira na vodu?



$$P_V = \frac{U_0^2}{R_T} \Rightarrow R_T = \frac{U_0^2}{P} = 64\Omega$$

II. Kirchoffov zakon

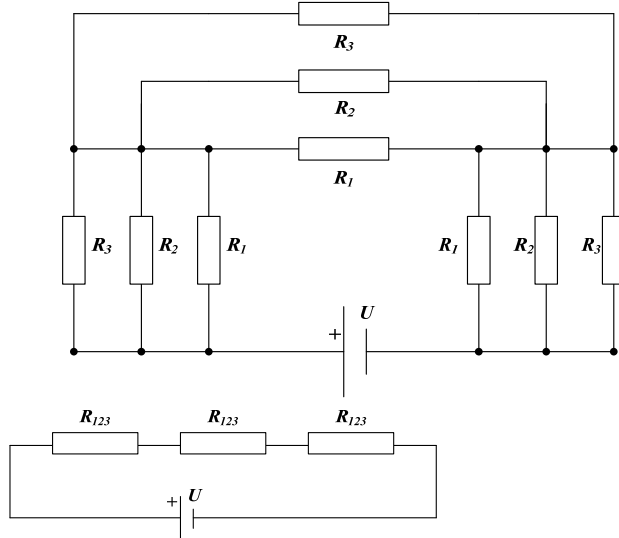
$$I \cdot R_V + I \cdot R_T - U = 0$$

$$I = \frac{U_T}{R_T} = \frac{75V}{64\Omega} = 1.172A$$

$$R_V = \frac{U - I \cdot R_T}{I} = 12.8\Omega$$

$$P_V = I^2 \cdot R_V = 17.58W$$

5. Električna mreža zadana je shemom na slici. Poznati su otpori $R_1=18\Omega$, $R_2=22.5\Omega$ i $R_3=90\Omega$ i napon izvora $U=220V$. Kolika se ukupna snaga disipira na otporima?



$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

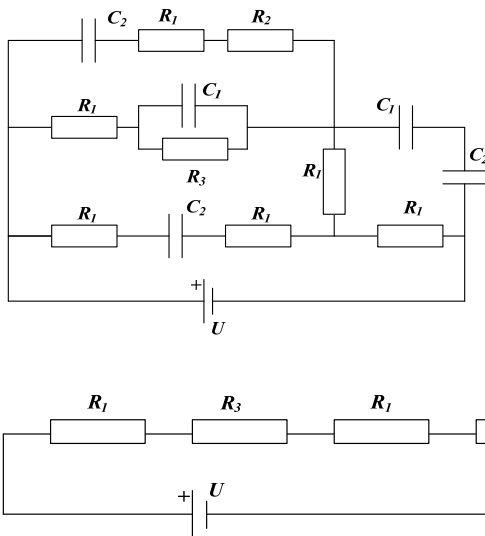
$$R_{123} = 9\Omega$$

$$R_{UK} = R_{123} + R_{123} + R_{123}$$

$$R_{UK} = 27\Omega$$

$$P = \frac{U^2}{R} = 1.79kW$$

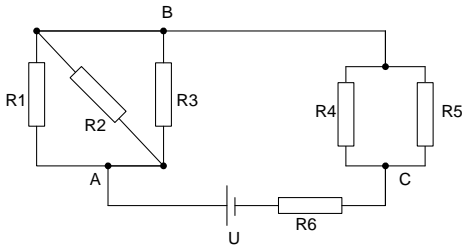
6. Električna mreža zadana je slikom: $R_1=1\Omega$, $R_2=2\Omega$, $R_3=2\Omega$, $C_1=C_2=1\mu F$, $U=10V$. Kolika struja teče strujnim krugom?



$$R_{uk} = R_1 + R_3 + R_1 + R_1 = 5\Omega$$

$$I = \frac{U}{R_{uk}} = \frac{10V}{5\Omega} = 2A$$

7. Poznati su otpori električnih trošila: $R_1=18\Omega$, $R_2=22.5\Omega$, $R_3=90\Omega$, $R_4=30\Omega$, $R_5=45\Omega$ i $R_6=13\Omega$, napon izvora je $U=220V$. Odredite ukupnu snagu električne sheme sa slike.



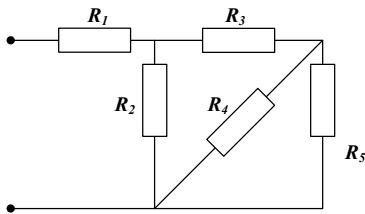
$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{18} + \frac{1}{22.5} + \frac{1}{90} = R_{AB} = 9\Omega$$

$$R_{BC} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} = R_{BC} = 18\Omega$$

$$R_{uk} = R_{AB} + R_{BC} + R_6 = 40\Omega$$

$$P = \frac{U^2}{R_{uk}} = 1210W$$

8. Izračunaj ukupni otpor pet mješovito spojenih otpornika: $R_1=10\Omega$, $R_2=30\Omega$, $R_3=5\Omega$, $R_4=20\Omega$ i $R_5=20\Omega$.



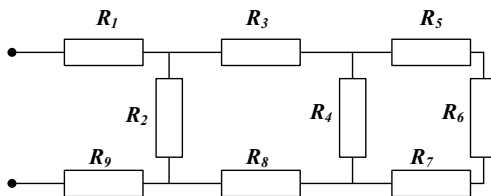
$$R_{45} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} = R_{45} = 10\Omega$$

$$R_{345} = R_3 + R_{45} = 15\Omega$$

$$R_{2345} = \frac{R_2 \cdot R_{345}}{R_2 + R_{345}} = 10\Omega$$

$$R_{uk} = R_1 + R_{2345} = 20\Omega$$

9. Koliki je otpor kruga prikazanog na slici: $R_1=R_3=R_5=R_7=R_8=R_9=1\Omega$ i $R_2=R_4=R_6=2\Omega$?



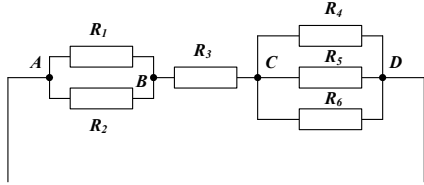
$$\frac{1}{R_{4567}} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5 + R_6 + R_7} = R_{4567} = \frac{4}{3}\Omega$$

$$\frac{1}{R_{2345678}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3 + R_{4567} + R_8} = R_{2345678} = \frac{5}{4}\Omega$$

$$R_{uk} = R_1 + R_{2345678} + R_9 = 3,25\Omega$$

10. Prikazan je spoj otpornika gdje je $U=220V$, $R_1=2,5\Omega$, $R_2=10\Omega$, $R_3=3\Omega$, $R_4=20\Omega$, $R_5=10\Omega$ i $R_6=20\Omega$.

- koliki je ukupan otpor spoja?
- koliki su naponi U_{AB} i U_{BC} ?
- kolika je ukupna snaga P



$$R_{uk} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_3 + R_{456} = R_{uk} = 10\Omega$$

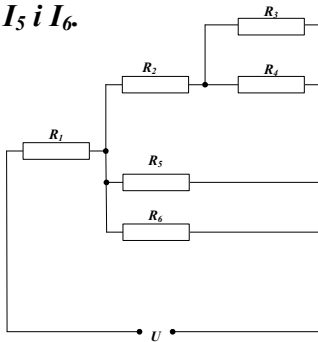
$$\frac{1}{R_{456}} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} = R_{456} = 5\Omega$$

$$I = \frac{U}{R_{uk}} = 22A$$

$$U_{AB} = I \cdot R_{12} = 44V$$

$$U_{BC} = I \cdot R_3 = 66V$$

11. Zadan je krug prema shemi na slici. Zadano je $R_1=1\Omega$, $R_2=6\Omega$, $R_3=9\Omega$, $R_4=3\Omega$, $R_5=11\Omega$, $R_6=3\Omega$, te $I_2=4A$. Treba odrediti napon izvora U , te struje I_1 , I_3 , I_4 , I_5 i I_6 .



$$U_2 = I_2 \cdot R_2 = 24V$$

$$R_{34} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{9 \cdot 3}{9 + 3} = 2.25\Omega$$

$$U_{34} = I_2 \cdot R_{34} = 9V$$

$$U_5 = U_2 + U_{34} = 33V$$

$$U_6 = 33V$$

$$I_5 = \frac{U_5}{R_5} = \frac{33}{11} = 3A$$

$$I_6 = \frac{U_6}{R_6} = \frac{33}{3} = 11A$$

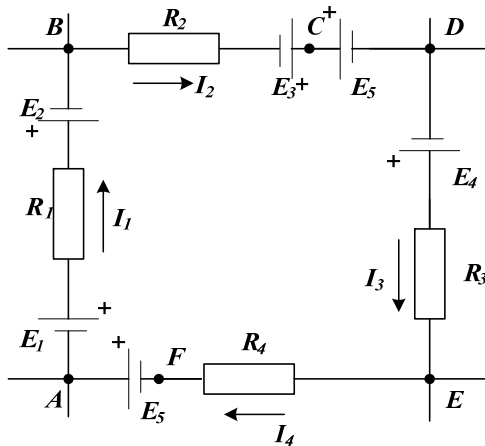
$$I_{56} = I_5 + I_6 = 14A$$

$$I_1 = I_2 + I_{56} = 18A$$

$$U_1 = I_1 \cdot R_1 = 18V$$

$$U_{uk} = U_1 + U_{56} = 51V$$

12. Prema dijelu sheme na slici. Zadane su vrijednosti: $E_1=10V$, $E_2=20V$, $E_3=30V$, $E_4=40V$, $E_5=50V$, $I_1=5A$, $I_2=4A$, $I_3=3A$, $I_4=2A$, $R_1=5\Omega$, $R_2=3\Omega$, $R_3=1\Omega$ i $R_4=10\Omega$. Potrebno je pronaći napon U_{AC} :



$$U_{AC} = E_1 - I_1 R_1 - E_2 - I_2 R_2 + E_3 = 10 - 25 - 20 - 12 + 30 = -17V$$