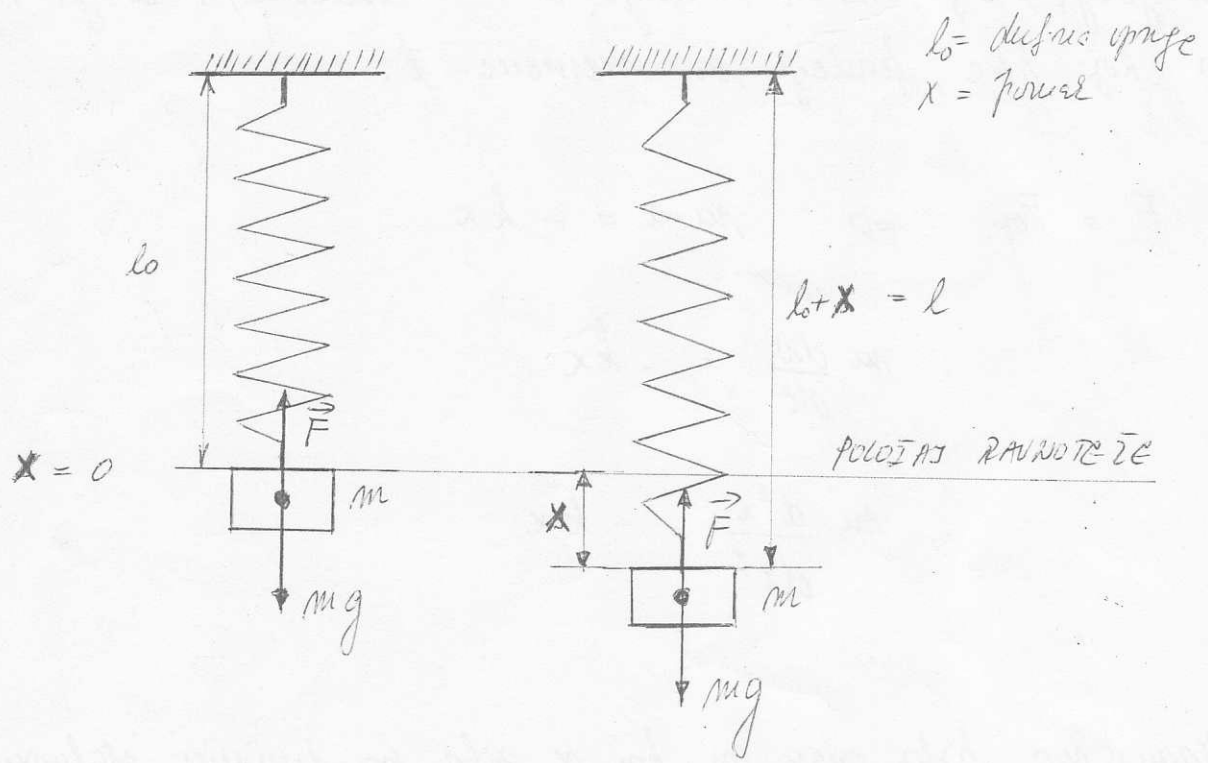


HARMONIJSKO TITRANJE

Titranje je periodično gibanje materijalne točke oko neke polovične ravnoteže. Periodično, znači da se gibanje ponavlja nakon određene vremenske intervale, odnosno periode.

Primeri: gibanje kugle u cilindru, otkucaji mra, dranje, vibracije zategnute žice, gibanje elastične a pramu, plims i odeli itd.

Primer: opruga i uteg - titranje pod utjecajem harmonijske sile (elastične sile opruge)



- Najjednostavniji oblik titranja. Uvedaj koji uvodi tekovo titranje naziva se harmonijski oscilator. Harmonijska sila je proporcionalna pomaku u ravnotežnoj polovici.

2
Ako opruga vratimo iz ravnotežnog položaja ona će početi
kitati oko tog položaja. Opruga možemo štimati ili rastegnuti.
Protusila koja se pri tom giba je elastična sila opruge

$$F = -kx \quad k = \text{konstanta opruge}$$

$$x = l - l_0 \quad [m] = \text{prijetak, produžujući ili skraćujući opruge}$$

- odnosno elongacije

Elongacije je daleko veći pomak iz ravnotežnog položaja a
najveću elongaciju nazivamo amplituda A [m].

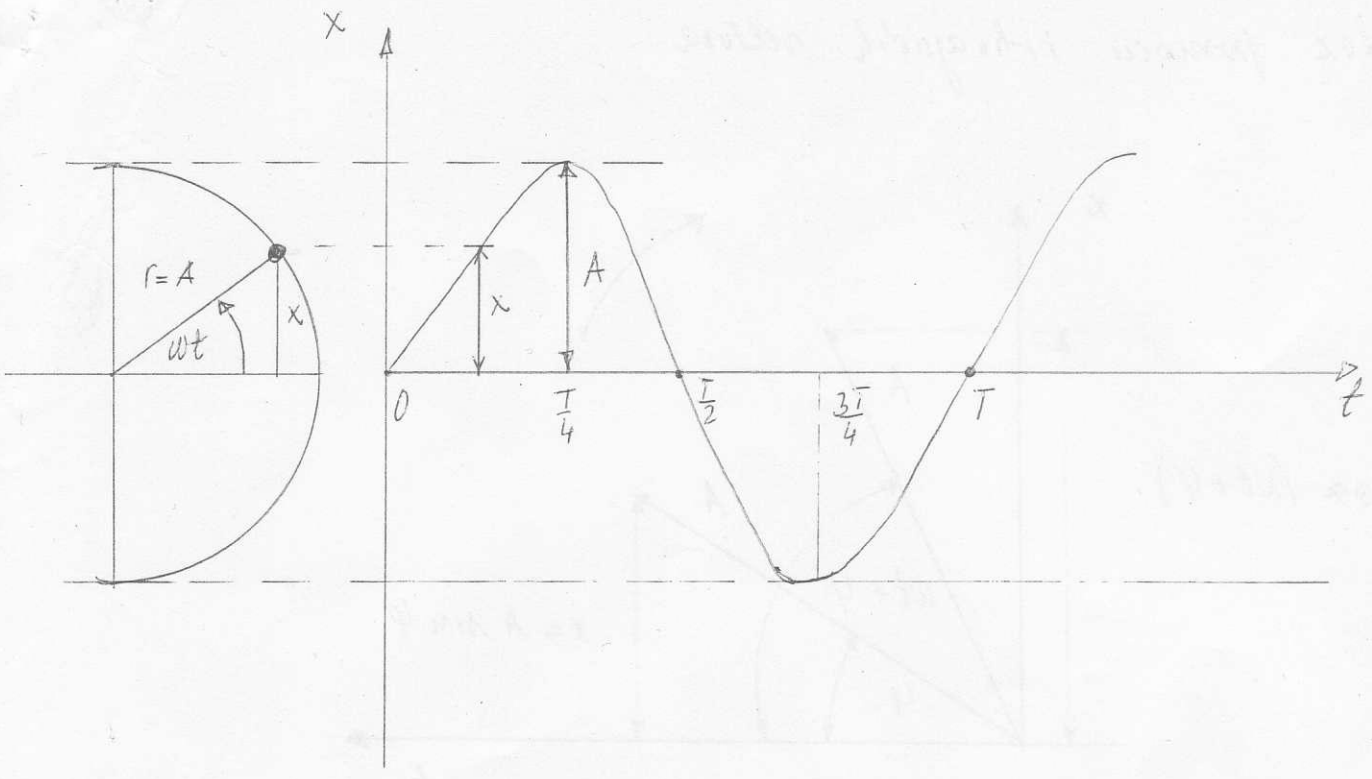
Elongacije x , brzina kitanja v i akceleracija utega mase
 m koji kita, funkcije su vremena t .

$$F = F_{op} \Rightarrow m \cdot a = -kx$$

$$m \frac{dx}{dt} = -kx$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

- Najviše maso tijelo mase m koji se giba po horizontalnoj
kutnom brzinom ω . Tijelo obavlja suprotnu rotaciju i gibanje
projiciramo na rastvor na kojem promatramo njemu gibanje
tijelo.



=> Nidjino je da je elongacije x sinusus funkcije vremena

12 pravokutnog trokuta sledi:

$$x = A \sin \omega t$$

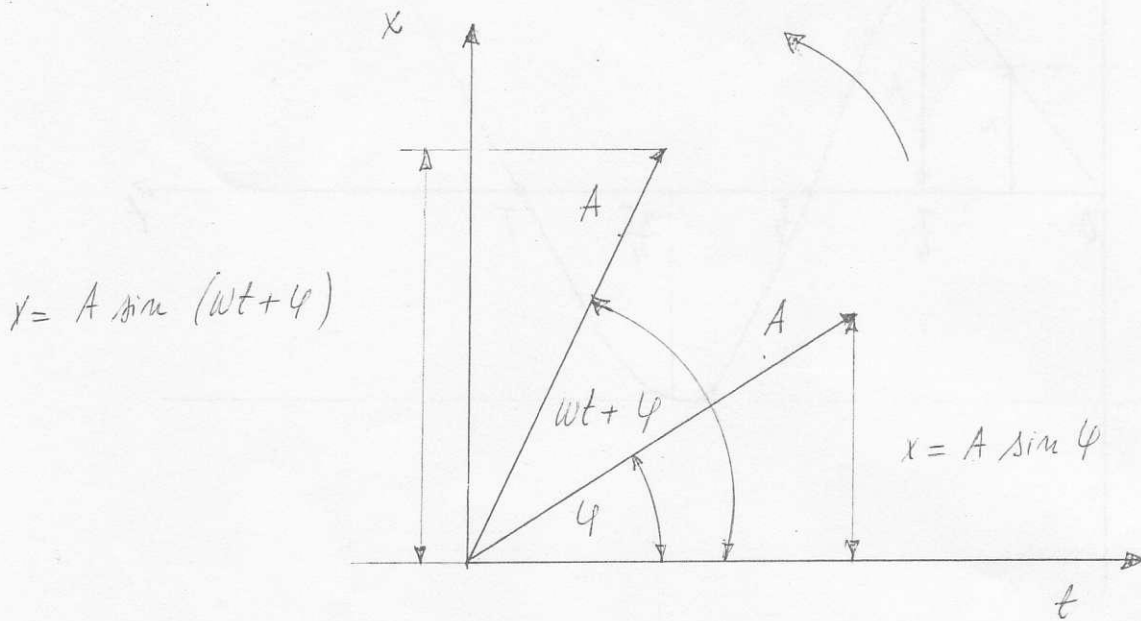
Ako u trenutku $t=0$, kut nije 0 nego neki kut φ dobivamo jednačinu

$$x = A \sin (\omega t + \varphi)$$

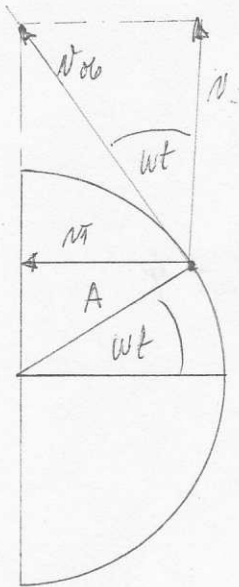
Kut $(\omega t + \varphi)$ nazivamo faza kretanja.

prikaz pomoću rotirajućih vektora

4



Drugišt brzine kvače o vremenu



$N_{00} = \text{obodna brzina}$

N_x - komponenta N_{00} okomita na kvaču

N_y - komponenta N_{00} u smeru kvače

$$N_{00} = r \omega$$

$$N_x = N_{00} \cos \omega t$$

$$N_y = r \omega \cos \omega t$$

$$N_x = A \omega \cos \omega t$$

Ma $\cos \omega t = 1$ brzina je najveća i iznosi

$$N_{\max} = N_0 = A \omega$$

pa bizimu moteno raziti kao

(5)

$$N_{max} = N_0 \cos \omega t$$

ako u trenutku $t=0$, kut nije nula već kut φ (povratak u fazi)

~~pa~~ bizimu misliti

$$N = A \omega \cos(\omega t + \varphi)$$

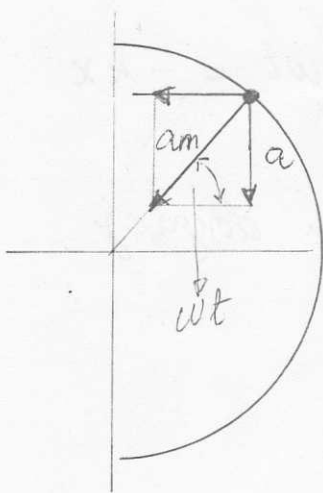
Ovisnost akceleracije o vremenu

Normalna akceleracija a_n kod jednolike gibanja po kružnici

$$a_n = r \omega^2 \quad r = A \quad a_n = A \omega^2$$

a_n - rastavlja se komponente

a - akceleracije u smjeru kretanja



$$a = - a_n \sin \omega t$$

$$a = - A \omega^2 \sin \omega t$$

$a = \max$ kad je $\omega t = 1$ pa a_{max}

$$a_{max} = A \omega^2$$

\Rightarrow ovisnost akceleracije o vremenu kretanja

$$a = a_{max} \sin \omega t$$

ako je u $t=0$, kut veći od 0, odnosno neli kut φ tada je

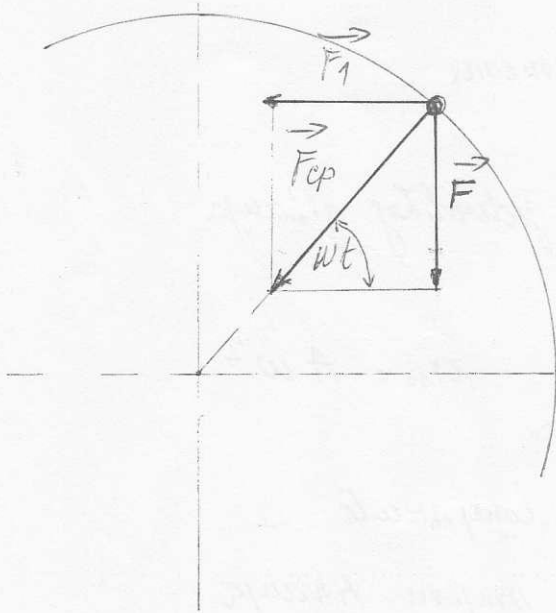
$$a = - A \omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$$

VEZA IZMEĐU SILE I ELONGACIJE

Tijelo se giblje po kružnici stalnom brzinom ω , prema tome na njega djeluje centripetalna sila F_{cp}

$$F = m a_n = m \frac{v^2}{r} = m \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r = m \omega^2 r = m 4\pi^2 f^2 r$$

$$F = m 4\pi^2 f^2 r$$



Sila koje uzrokuje kretanje je sila F , komponenta F_{cp}
 $(\vec{F}_{cp} = \vec{F} + \vec{F}_1)$

$$F = - F_{cp} \sin \omega t$$

$$x = A \sin \omega t$$

$$F_{cp} = m \omega^2 A$$

$$F = - m \omega^2 A \sin \omega t = - k x \Rightarrow$$

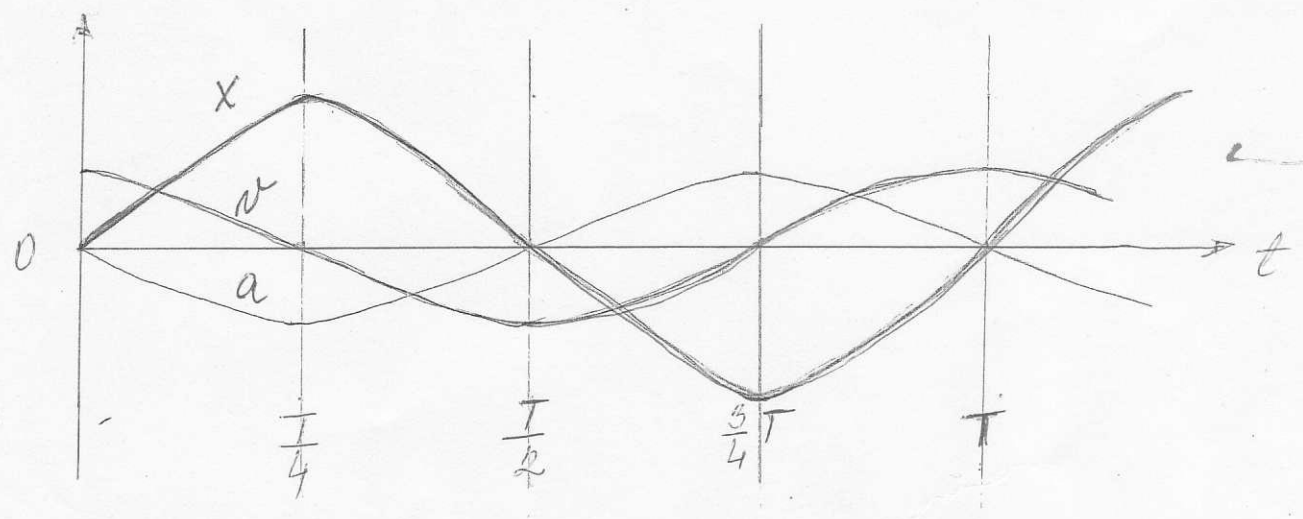
Sila koje uzrokuje kretanje proporcionalna je elongaciji

konstanta proporcionalnosti $k = m \omega^2$

Period kretanja opruge : $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$x = A \sin(\omega t + \varphi)$$
$$v = A \omega \cos(\omega t + \varphi)$$
$$a = -A \omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$$



⇒ pri največji elongaciji A brzina hkrajša $v=0$, a
acceleracija $a = a_{max}$

- x [m]
- v [m/s]
- a [m/s²]